การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีด้วยวิธีกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะ สำหรับกระบวนการระดับน้ำสองถังแบบมีผลต่อกัน

PID Controller Design using Characteristic Ratio Assignment Method for Coupled-Tank Process

จุฑารัตน์ ชาวไร่เงิน[1] ธนิตย์ ตรีสุวรรณวัฒน์[2] อาจินต์ น่วมสำราญ[3] เทียนชัย สุขศรี[4]

Jutarut Chaoraingern[1] Thanit Treesuwannawat[2] Arjin Numsomran[3] Tianchai Suksri[4]

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอเกี่ยวกับการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีด้วยวิธีการกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะสำหรับกระบวนการระดับน้ำสองถังแบบมีผลต่อกัน ซึ่งกระบวนการควบคุมระดับน้ำแบบสองถังเป็นที่นิยมในการนำมาทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมแบบพีไอดีในห้องปฏิบัติการพื้นฐานทางวิศวกรรมเนื่องจากกระบวนการนั้นจะมีคุณลักษณะของความไม่เป็นเชิงเส้นและความไม่แน่นอนของค่าพารามิเตอร์สูง สำหรับบทความนี้นำเสนอวิธีการกำหนดอัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะ (CRA) โดยวิธีนี้สามารถปรับสมรรถนะของผลตอบสนองของระบบควบคุมได้ดังต้องการ อีกทั้งสามารถปรับอัตราการหน่วงของระบบและความเร็วในการตอบสนองของระบบได้ง่ายและสะดวก ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุม จะทำโดยการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB

ABSTRACT

This paper presents a PID controller design for coupled-Tank process using characteristic ratio assignment. The Coupled-Tank process is very challenge for test of PID controller performance in engineering laboratory because it has high uncertainty of parameter and nonlinear model. For this paper presents characteristic ratio assignment (CRA) which is satisfied specification for performance of control system. Furthermore it's very convenient and fast adjustment damping ratio of system and speed of responses. Finally, we will give a simulation example to show the validity of our design by MATLAB.

Keywords: Coupled-Tank, CRA, PID Controller

E-mail: knarjin@kmitl.ac.th*, ktthanit@kmitl.ac.th

[1,2,3] ภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

Department of Instrumentation Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

[4]ภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีปทุมวัน

Department of Instrumentation Engineering, Faculty of Engineering, Pathumwan Institute of Technology

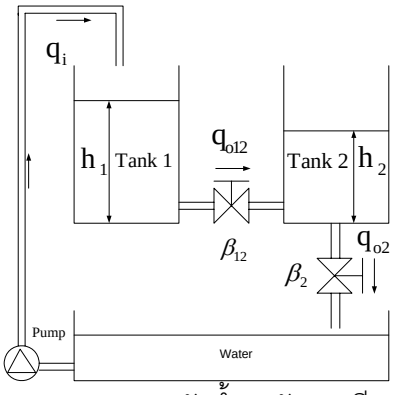
คำนำ

ในการวัดประสิทธิภาพการทำงานของระบบควบคุมโดยส่วนใหญ่แล้วนั้นมักจะพิจารณาที่ผลตอบสนองทางเวลา เช่น ค่าพุ่งเกิน (Percent Overshoot), ค่าเวลาไต่ (Rise Time), ค่าเวลาเข้าที่ (Settling Time), ค่าความผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัว (Error Steady State) ฯลฯ แต่มีวิธีการออกแบบตัวควบคุมเพียงไม่กี่วิธีเท่านั้นที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้สำหรับการออกแบบตัวควบคุม เพื่อให้ได้ผลตอบสนองทางเวลาตามที่ต้องการ ซึ่งการออกแบบตัวควบคุมโดยการกำหนดสมการคุณลักษณะเพื่อให้ได้ผลตอบสนองทางเวลาตามที่ต้องการ เป็นวิธีหนึ่งที่ได้รับความสนใจกันมาก [1-2] วิธีการออกแบบตัวควบคุม โดยการกำหนดอัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะ (CRA) [3] ก็เป็นวิธีหนึ่งที่สามารถนำไปออกแบบตัวควบคุม เพื่อให้ได้ผลตอบสนองทางเวลาตามที่ต้องการ โดยการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธี CRA นั้นสามารถปรับความเร็วผลตอบสนองทางเวลา หรือปรับอัตราการหน่วงของระบบควบคุมได้โดยใช้พารามิเตอร์เพียงตัวเดียว ซึ่งทำให้สะดวกต่อการปรับผลตอบสนองของระบบควบคุมเพื่อให้ได้ตามที่ต้องการ

บทความนี้จะนำเสนอ การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีด้วยวิธี CRA สำหรับกระบวนการระดับน้ำ 2 ถังแบบมีผลต่อกัน โดยในการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีนั้น จะอยู่บนพื้นฐานของการกำหนดอัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะ α_i และการกำหนดค่าคงตัวเวลาทั่วไป τ ซึ่งอัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะ α_i และค่าคงตัวเวลาทั่วไป τ จะเป็นสิ่งที่กำหนดสมการคุณลักษณะของระบบควบคุม ดังนั้นจึงทำให้สามารถออกแบบผลตอบสนองทางเวลาตามที่ต้องการได้

กระบวนการระดับน้ำ 2 ถังแบบมีผลต่อกัน

พิจารณากระบวนการระดับน้ำ 2 ถัง แบบมีผลต่อกันในรูปที่ 1. ซึ่งเป้าหมายของการควบคุมกระบวนการก็คือระดับน้ำในถังที่ 2 ด้วยปั๊มน้ำที่จ่ายให้กับถังที่ 1 อินพุตของกระบวนการคือ u1 (ค่าแรงดันอินพุตที่จ่ายให้กับปั๊มน้ำ) และเอาต์พุตของกระบวนการคือ h2 (ระดับน้ำในถังที่ 2) สมการไม่เป็นเชิงเส้นของกระบวนการสามารถหาได้จากสมการสมดุลมวลและกฎของเบอร์นูลี ซึ่งจะได้ดังสมการที่ (1)



รูปที่ 1. กระบวนการระดับน้ำ 2 ถังแบบมีผลต่อกัน

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = -\frac{\beta_{12}a_{12}}{A_1}\sqrt{2g\left(h_1(t)-h_2(t)\right)} + \frac{k}{A_1}u(t)$$
$$\frac{dh_2(t)}{dt} = -\frac{\beta_2 a_2}{A_2}\sqrt{2gh_2(t)} + \frac{\beta_{12}a_{12}}{A_2}\sqrt{2g\left(h_1(t)-h_2(t)\right)} \quad (1)$$

โดย A_i คือพื้นที่หน้าตัดของถัง i (cm^2) , a_2 คือพื้นที่หน้าตัดของรูทางออกของถังที่ 2 (cm^2) , a_{12} คือพื้นที่หน้าตัดของรูที่เชื่อมต่อระหว่างถังที่ 1 และถังที่ 2 (cm^2) , β_2 คือค่าตำแหน่งวาล์วที่ต่อทางด้านออกของถังที่ 2, β_{12} คือค่า

ตำแหน่งวาล์วที่ต่อระหว่างถังที่ 1 และถังที่ 2, g คือแรงโน้มถ่วงของโลก (cm/s^2) และ k คือค่าอัตราขยายของปั๊มน้ำ $(\mathrm{cm}^3/\mathrm{V}\cdot\mathrm{s})$ จากสมการที่ (1) จะเห็นว่าบางพจน์อยู่ในรูปแบบไม่เป็นเชิงเส้น ($\sqrt{2g\left(h_1(t)-h_2(t)\right)}$, $\sqrt{2gh_2(t)}$) ดังนั้นจึงต้องทำให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้นจะได้ดังสมการที่ (2)

$$\begin{aligned}\frac{dH_1(t)}{dt} &= \frac{1}{T_{12}}\left(-H_1(t)+H_2(t)\right)+\frac{k}{A_1}U(t)\\ \frac{dH_2(t)}{dt} &= -\frac{1}{T_2}H_2(t)+\frac{1}{T_{12}}\left(H_1(t)-H_2(t)\right)\end{aligned} \tag{2}$$

โดย

$$T_{12}=\frac{A_1}{\beta_{12}a_1}\sqrt{\frac{2(\overline{h_1}-\overline{h_2})}{g}},\ \mathrm{s} \quad T_2=\frac{A_2}{\beta_2 a_2}\sqrt{\frac{2\overline{h_2}}{g}},\ \mathrm{s}$$

โดย $\overline{h_1}$ และ $\overline{h_2}$ คือระดับน้ำ ณ จุดทำงานของกระบวนการ, T_{12} คือค่าคงตัวเวลาระหว่างถังที่ 1 และถังที่ 2 และ T_2 คือค่าคงตัวเวลาของถังที่ 2 และ K และจากสมการที่ (2) ทำให้อยู่ในรูปแบบจำลองเชิงเส้นจะได้ดังสมการที่ (3)

$$\frac{H_2(s)}{U(s)}=G^o(s)=\frac{K}{T_{12}T_2s^2+(T_{12}+2T_2)s+1} \tag{3}$$

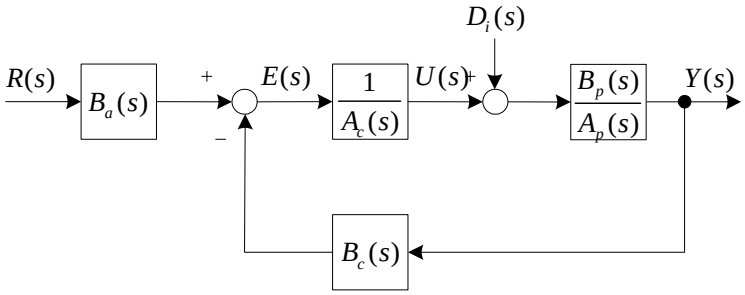
โดย

$$K=\frac{kT_2}{A_2},\mathrm{cm/V}$$

สมการที่ (3) นี้เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม

โครงสร้างระบบควบคุม

โครงสร้างระบบควบคุมแสดงได้ดังรูปที่ 2. โดยโครงสร้างตัวควบคุมสำหรับการออกแบบด้วยวิธี CRA จะมีลักษณะเป็นแบบ 2 ขั้นอิสระ (Two Degree of Freedom)



รูปที่ 2. โครงสร้างระบบควบคุม

โดย $B_p(s)$ และ $A_p(s)$ คือสมการโพลีโนเมียลในส่วนเศษและส่วนของกระบวนการ $B_c(s), A_c(s)$ และ $B_a(s)$ คือสมการโพลีโนเมียลของตัวควบคุมที่ออกแบบ จากรูปที่ 2. จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมป้อนกลับดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{B_a(s)B_p(s)}{A_c(s)A_p(s)+B_c(s)B_p(s)} \tag{4}$$

โดยในกรณีนี้

$$\begin{aligned}B_p(s)&=K, A_p(s)=T_{12}T_2s^2+(T_{12}+2T_2)s+1\\ B_c(s)&=K_ds^2+K_ps+K_i, A_c(s)=s, B_a(s)=K_i\end{aligned} \tag{5}$$

เมื่อแทนสมการที่ (5) ในสมการที่ (4) จะได้สมการคุณลักษณะของระบบควบคุมคือ

$$P(s)=T_{12}T_2s^3+(T_{12}+2T_2+KK_d)s^2+(1+KK_p)s+KK_i \tag{6}$$

โดยสมการที่ (6) นี้จะเป็นสมการคุณลักษณะของระบบควบคุมที่ใช้สำหรับทำการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีด้วยวิธี CRA

วิธีการกำหนดอัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะ

จากการศึกษาโดย Naslin [4] ถึงปัญหาการเลือกอัตราการหน่วงของระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด พบว่าอัตราการหน่วงของระบบควบคุมจะมีความสัมพันธ์กับ อัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะ จาก Naslin [4] ความสัมพันธ์ของสมการคุณลักษณะสามารถแสดงได้ดังนี้

สมการคุณลักษณะในรูปแบบโพลีโนเมียล

$$p(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0, \ \forall a_i > 0 \tag{7}$$

อัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะคือ

$$\alpha_1 = \frac{a_1^2}{a_0 a_2}, \ \alpha_2 = \frac{a_2^2}{a_1 a_3}, \ \ldots, \ \alpha_{n-1} = \frac{a_{n-1}^2}{a_{n-2} a_n} \tag{8}$$

และส่วนกลับของสมการคุณลักษณะคือ

$$b_0 = \frac{a_0}{a_1}, \ b_1 = \frac{a_1}{a_2}, \ \ldots, b_{n-1} = \frac{a_{n-1}}{a_n} \tag{9}$$

โดยความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะและ characteristic pulsatances สามารถเขียนได้ในอีกรูปแบบหนึ่งดังนี้

$$\alpha_1 = \frac{b_1}{b_0}, \ \alpha_2 = \frac{b_2}{b_1}, \ldots, \ \alpha_{n-1} = \frac{b_{n-1}}{b_{n-2}} \tag{10}$$

และค่าคงตัวเวลาทั่วไปซึ่งเป็นตัวกำหนดความเร็วผลตอบสนองของระบบควบคุม $\tau = \frac{a_1}{a_0}$ (11)

โดยสมการที่ (8)-(10) สามารถเขียนได้ในอีกรูปแบบหนึ่งคือ

สัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะ $A = \begin{bmatrix} a_n & a_{n-1} & \ldots & a_1 & a_0 \end{bmatrix}$ (12)

ส่วนกลับของสมการคุณลักษณะ $B = \begin{bmatrix} b_{n-1} & b_{n-2} & \ldots & b_1 & b_0 \end{bmatrix}$ (13)

อัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะ $C = \begin{bmatrix} c_{n-2} & c_{n-3} & \ldots & c_1 & c_0 \end{bmatrix}$ (14)

โดย $b_i = \frac{a_i}{a_{i+1}}$ สำหรับ $i = 0,1,2,\ldots,n-1$ (15) $c_i = \frac{b_{i+1}}{b_i}$ สำหรับ $i = 0,1,2,\ldots,n-2$ (16)

สำหรับการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธี CRA สามารถทำได้โดยทำการกำหนดค่า τ และค่า α_i ตามที่ต้องการ โดยค่า α_i จะเป็นสิ่งที่กำหนดถึงอัตราการหน่วงของระบบควบคุมซึ่งในการกำหนดค่า α_i จะต้องกำหนดตามเงื่อนไขของ Lipatov และ Sokolov [5] เพื่อความมีเสถียรภาพของระบบควบคุม แสดงได้ดังนี้

$$\sqrt{\alpha_i \alpha_{i+1}} > 1.4656 \qquad \text{สำหรับ } i = 1,2,\ldots,n-2 \tag{17}$$

$$\alpha_i \geq 1.12374 \alpha_i^* \qquad \text{สำหรับ } i = 2,3,\ldots,n-2 \tag{18}$$

$$\alpha_i^* = \frac{1}{\alpha_{i+1}} + \frac{1}{\alpha_i - 1} \qquad \text{โดย } \alpha_n = \alpha_0 = \infty \tag{19}$$

การปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบควบคุม(τ)

ในการปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบควบคุม สามารถทำได้โดยการปรับค่า τ โดยวิธี CRA [3] นั้นจะใช้พารามิเตอร์เพียงตัวเดียวในการปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบควบคุม ซึ่งวิธีการปรับค่า τ แสดงได้ดังนี้

สมมุติให้ฟังก์ชันถ่ายโอนป้อนกลับของระบบควบคุมที่ได้ออกแบบไว้ในตอนแรกคือ

$$G^{cl}(s) = \frac{a_0}{a_n s^n + a_{n-1} s + \ldots + a_1 s + a_0} \tag{20}$$

จัดสมการ (20) ใหม่ให้อยู่ในรูปแบบดังนี้

$$G^{cl}(s)=\frac{a_0/a_n}{s^n+\frac{a_{n-1}}{a_b}s+\ldots+\frac{a_1}{a_n}s+\frac{a_0}{a_n}} \tag{21}$$

จากสมการ (21) สามารถเขียนสัมประสิทธิ์ของคุณลักษณะให้อยู่ในรูปแบบส่วนกลับของสมการคุณลักษณะได้

$$A=\left[1 \quad \prod_{i=n-1}^{n-1}b_i \quad \ldots \quad \prod_{i=2}^{n-1}b_i \quad \prod_{i=1}^{n-1}b_i\right] \tag{22}$$

ถ้าเพิ่มค่าของอัตราส่วนส่วนกลับในสัดส่วนที่เท่ากันคือ k จะได้สัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะดังนี้

$$A=\left[1 \quad k\prod_{i=n-1}^{n-1}b_i \quad \ldots \quad k^{n-1}\prod_{i=2}^{n-1}b_i \quad k^n\prod_{i=1}^{n-1}b_i\right] \tag{23}$$

จากสมการ (22) และสมการ (23) จะสังเกตได้ว่าค่าอัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะยังเหมือนเดิม ไม่ได้มีการเปลี่ยนแปลงไป โดยสิ่งที่เปลี่ยนแปลงไปก็คือค่า τ จากสมการ (23) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังนี้

$$G_k^{cl}(s)=\frac{k^n a_0}{a_n s^n+ka_{n-1}s^{n-1}+\ldots+k^{n-1}a_1 s+k^n a_0} \tag{24}$$

จากสมการ (24) จะสังเกตได้ว่าค่าคงตัวเวลาทั่วไป τ ของระบบควบคุมเปลี่ยนไปเป็น $\tau=\frac{1}{k}\left(\frac{a_1}{a_0}\right)$ (25)

โดยถ้าเพิ่มค่า k ขึ้นจะทำให้ค่า τ มีค่าน้อยลงซึ่งก็คือผลตอบสนองของระบบควบคุมเร็วขึ้นและในทางกลับกันถ้ากำหนดให้ค่า k มีค่าอยู่ในช่วง $0<k<1$ ผลตอบสนองของระบบควบคุมจะช้าลง

การปรับอัตราการหน่วงของระบบควบคุม(ζ)

ในการปรับอัตราการหน่วงของระบบควบคุม สามารถทำได้โดยการปรับค่า α_i โดยถ้าหากระบบควบคุมมีอันดับสูงๆ จะทำให้มีจำนวนพารามิเตอร์ α_i ในการปรับหลายตัว ทำให้ไม่สะดวกและยุ่งยากต่อการปรับค่าพารามิเตอร์ α_i โดยวิธี CRA [3] นั้นจะใช้พารามิเตอร์เพียงตัวเดียว ในการปรับอัตราการหน่วงของระบบควบคุม ซึ่งทำให้สะดวกและง่ายต่อการปรับอัตราการหน่วง วิธีการปรับค่า α_i แสดงได้ดังนี้

จากสมการ (20) จัดให้อยู่ในรูปแบบใหม่ดังนี้

$$G^{cl}(s)=\frac{1}{\frac{a_n}{a_0}s^n+\frac{a_{n-1}}{a_0}s^{n-1}+\ldots+\frac{a_1}{a_0}s+1} \tag{26}$$

จากสมการ (26) สามารถเขียนสัมประสิทธิ์ของคุณลักษณะให้อยู่ในรูปแบบส่วนกลับของสมการคุณลักษณะได้

$$A=\left[\frac{1}{\prod_{i=0}^{n-1}b_i} \quad \frac{1}{\prod_{i=0}^{n-2}b_i} \quad \cdots \quad \frac{1}{\prod_{i=0}^{1}b_i} \quad \frac{1}{\prod_{i=0}^{0}b_i}\right] \tag{27}$$

จากสมการ (27) สามารถเขียนให้อยู่ในอีกรูปแบบหนึ่งได้ดังนี้

$$A=\left[\frac{1}{\left[\prod_{i=0}^{n-2}c_i\prod_{i=0}^{n-3}c_i\ldots\prod_{i=0}^{0}c_i\right]b_0^n} \quad \frac{1}{\left[\prod_{i=0}^{n-3}c_i\prod_{i=0}^{n-4}c_i\ldots\prod_{i=0}^{0}c_i\right]b_0^{n-1}} \quad \cdots \quad \frac{1}{b_0} \quad 1\right] \tag{28}$$

ถ้าเพิ่มค่าของอัตราส่วนส่วนกลับในสัดส่วนที่เท่ากันคือ k จะได้สัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะดังนี้

$$A=\left[\frac{1}{k^{\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}}\left[\prod_{i=0}^{n-2}c_i\prod_{i=0}^{n-3}c_i\ldots\prod_{i=0}^{0}c_i\right]b_0^n} \quad \frac{1}{k^{\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}-1}\left[\prod_{i=0}^{n-3}c_i\prod_{i=0}^{n-4}c_i\ldots\prod_{i=0}^{0}c_i\right]b_0^{n-1}} \quad \cdots \quad \frac{1}{b_0} \quad 1\right] \tag{29}$$

จากสมการ (28) และสมการ (29) จะสังเกตเห็นได้ว่าค่า τ ยังคงเหมือนเดิม โดยสิ่งที่เปลี่ยนไปก็คือ α_i จากสมการ (29) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังนี้

$$G_k^{cl}(s) = \frac{k^{\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}n}a_0}{a_n s^n + k^{n-1}a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + k^{\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}n}a_1 s + k^{\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}n}a_0} \tag{30}$$

วิธีการปรับอัตราการหน่วงของระบบควบคุมนั้น จะต้องค่อยๆปรับค่า k จนกว่าจะได้อัตราหน่วงของระบบควบคุมตามที่ต้องการ โดยถ้ากำหนดให้ $k>1$ จะทำให้อัตราหน่วงของระบบควบคุมเพิ่มขึ้น แต่ถ้า $0<k<1$ จะทำให้อัตราการหน่วงของระบบควบคุมลดลง

ผลการทดลอง

ในส่วนนี้จะจำลองการทำงานของกระบวนการระดับน้ำ 2 ถังแบบมีผลต่อกันด้วยโปรแกรม MATLAB โดยจะทำการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีด้วยวิธี CRA จากนั้นจะทดลองทำการปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบควบคุม และปรับค่าอัตราการหน่วงของระบบควบคุม พารามิเตอร์และจุดการทำงานของกระบวนการระดับน้ำ 2 ถัง แบบมีผลต่อกัน แสดงได้ดังตารางที่ 1. และตารางที่ 2.

A_1, A_2; cm^2	a_2, a_{12}; cm^2	β_2	β_{12}
66.25	0.1963	0.3	0.56

ตารางที่ 1. พารามิเตอร์ของกระบวนการ

$\overline{h_1}$; cm	$\overline{h_2}$; cm	$\overline{u}$; V	k; $\text{cm}^3/\text{V}\cdot\text{s}$
9	7	3	2.3

ตารางที่ 2. จุดการทำงานของกระบวนการ

จากพารามิเตอร์และจุดการทำงานของกระบวนการแทนในสมการ (3) จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการคือ

$$G^o(s) = \frac{4.662}{5177s^2 + 307.2s + 1} \tag{31}$$

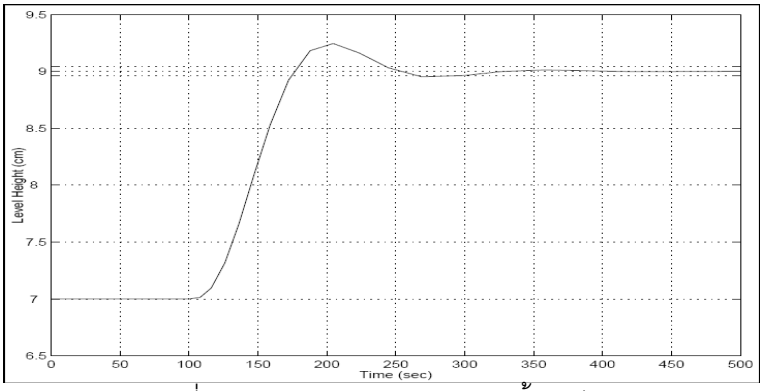
ผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันได

ในส่วนนี้จะทำการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีด้วยวิธี CRA จากนั้นจะทดสอบผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันได จากฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในสมการที่ (31) จะทำการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีด้วยวิธี CRA โดยกำหนดให้ $\alpha_1 = 1.8,\ \alpha_2 = 2$ และ $\tau = 40$ ซึ่งจะได้สมการคุณลักษณะดังนี้

$$P(s) = 5177s^3 + 465.925s^2 + 20.966s + 0.5242$$

และจะได้พารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอดีดังนี้ $K_d = 34.052, K_p = 4.2825, K_i = 0.1124$

ผลตอบสนองต่อสัญญาณขันบันได้ของระบบควบคุมแสดงได้ดังรูปที่ 3. โดยผลตอบสนองของระบบควบคุมจะมีค่าพุ่งเกิน 12 % และมีค่าเวลาเข้าที่ประมาณ 296 วินาที



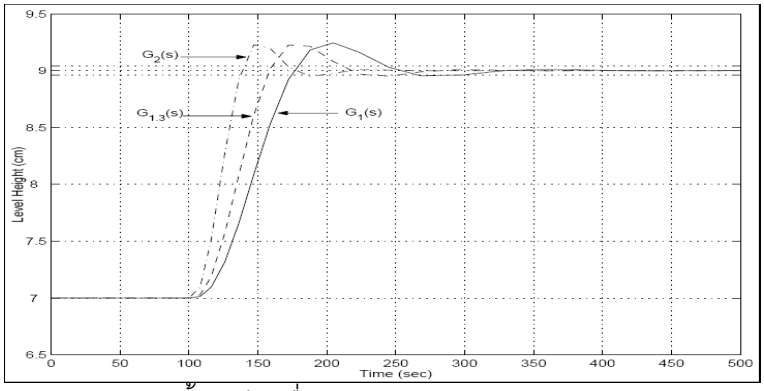
รูปที่ 3. ผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันได

การปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบควบคุม(τ)

การปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบควบคุม ด้วยวิธี CRA ทำได้โดยจัดฟังก์ชันถ่ายโอนป้อนกลับของระบบควบคุมที่ได้ออกแบบมาในส่วน 5.1 ให้อยู่ในรูปแบบตามสมการ (24) ซึ่งจะได้สมการดังนี้

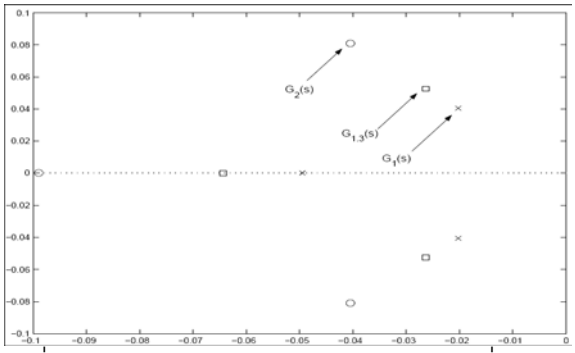
$$G_k^{cl}(s) = \frac{k^3 0.5242}{5177s^3 + k465.925s^2 + k^2 20.966s + k^3 0.5242}$$

ในการปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบควบคุมทำได้โดยปรับค่า k จากนั้นจึงทำการแก้สมการเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอดีที่ได้เปลี่ยนแปลงไป

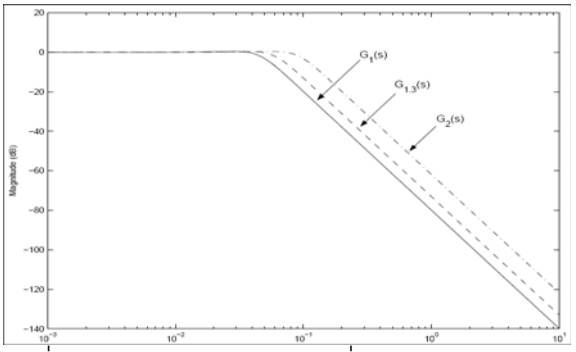


รูปที่ 4. ผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันได้เมื่อปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบควบคุมโดยการปรับ k

รูปที่ 4. แสดงผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันได้เมื่อปรับค่า k จากรูปสังเกตเห็นได้ว่าเมื่อปรับให้ค่า k เพิ่มขึ้นเป็น 1.3 และ 2 ตามลำดับจะทำให้ผลตอบสนองของระบบควบคุมเร็วขึ้นและมีค่าเวลาเข้าที่เป็น 148 วินาที และ 93 วินาทีตามลำดับในขณะที่ค่าพุ่งเกินและรูปทรงผลตอบสนองของระบบควบคุมยังเหมือนเดิม รูปที่ 5. แสดงตำแหน่งโพลวงรอบปิดของระบบควบคุมและรูปที่ 6. แสดงผลตอบสนองทางความถี่ของระบบควบคุม



รูปที่ 5. ตำแหน่งโพลวงปิดของระบบควบคุมเมื่อปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบควบคุม



รูปที่ 6. ผลตอบสนองทางความถี่ของระบบควบคุมเมื่อปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบควบคุม

การปรับอัตราการหน่วงของระบบควบคุม(ζ)

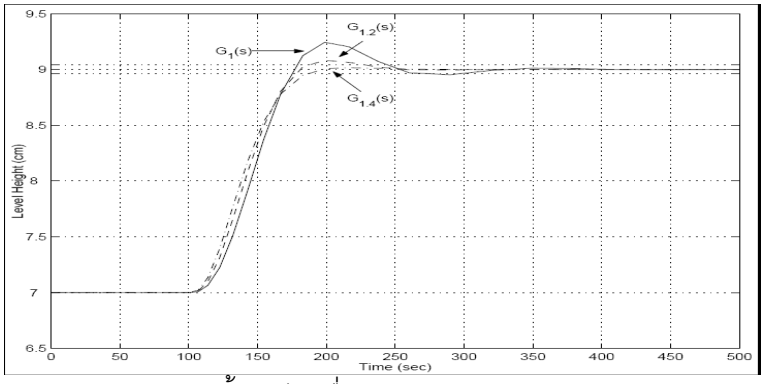
การปรับอัตราการหน่วงของระบบควบคุม ด้วยวิธี CRA ทำได้โดยจัดฟังก์ชันถ่ายโอนป้อนกลับของระบบควบคุมที่ได้ออกแบบในส่วน 5.1 ให้อยู่ในรูปแบบตามสมการ (30) ซึ่งจะได้สมการดังนี้

$$G_k^{cl}(s) = \frac{k^3 0.5242}{5177s^3 + k^2 465.925s^2 + k^3 20.966s + k^3 0.5242}$$

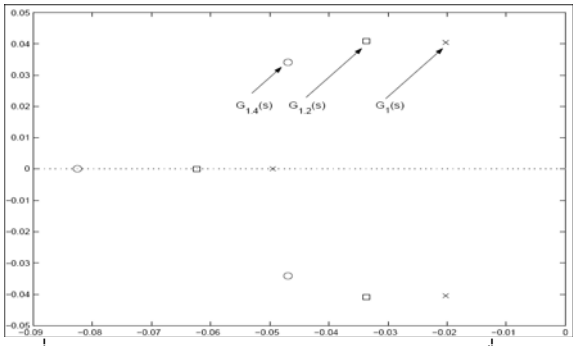
ซึ่งในการปรับอัตราการหน่วงของระบบควบคุม สามารถทำได้โดยปรับค่า k จากนั้นจึงทำการแก้สมการเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอดีที่ได้เปลี่ยนแปลงไป

รูปที่ 7. แสดงผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดเมื่อปรับค่า k จากรูปสังเกตเห็นได้ว่าเมื่อปรับให้ค่า k เพิ่มขึ้นเป็น 1.2 และ 1.4 ตามลำดับจะทำให้อัตราการหน่วงของระบบควบคุมเพิ่มขึ้น ค่าพุ่งเกินลดน้อยลง เป็น

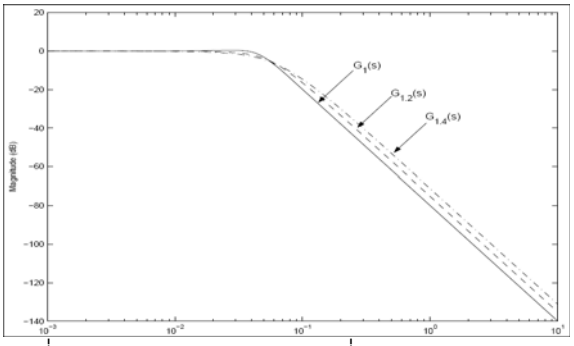
4%และ 0.5% ตามลำดับ และมีค่าเวลาเข้าที่ที่เร็วขึ้นเป็น 118 วินาทีและ 97 วินาที ตามลำดับ รูปที่ 8. แสดงตำแหน่งโพลวงปิดของระบบควบคุมและรูปที่9. แสดงผลตอบสนองทางความถี่ของระบบควบคุม



รูปที่ 7. ผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันได้เมื่อปรับอัตราการหน่วงของระบบควบคุมโดยการปรับ k



รูปที่ 8. ตำแหน่งโพลวงปิดของระบบควบคุมเมื่อปรับอัตราการหน่วงของระบบควบคุม



รูปที่ 9. ผลตอบสนองทางความถี่ของระบบควบคุมเมื่อปรับอัตราการหน่วงของระบบควบคุม

สรุป

ในบทความนี้ได้นำเสนอ การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีด้วยวิธี CRA โดยจากการทดลองการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB ได้แสดงให้เห็นว่าการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธี CRA นั้น จะใช้พารามิเตอร์เพียงตัวเดียว ในการปรับปรุงผลตอบสนองทางเวลาของระบบควบคุมเพื่อให้ได้ตามที่ต้องการ จึงทำให้สะดวกและง่ายต่อการปรับแต่งพารามิเตอร์ของตัวควบคุม

เอกสารอ้างอิง

[1] S. Jayasuriya and J.W. Song, “On the Synthesis of Compensators for Non Overshooting Step Response” Proceedings American Control Conference, 1990, pp. 683-684

[2] R.H. Middleton and S.F. Grabe, ”Slow Stable Open-Loop Poles: To Cancel or not to Cancel” Automatica, Vol.35,1999, pp. 877-886

[3] Y.C. Kim, L.H. Keel and S.P. Bhattacharyya,”Transient Response Control via Characteristic Ratio Assignment” IEEE Transactions On Automatic Control, Vol.48, No.12, 2003, pp.2238-2244

[4] P. Naslin 1969. *Essentials of optimal control*, London Boston Technical Publishers Inc, Cambridge, MA, pp. 30-51

[5] A.V. Lipatov and N.I. Sokolov, “Some Sufficient Conditions for Stability and Instability of Continuous Linear Stationary Systems”, Translated from Automatika, No.9,1978, pp. 30-37